

ЗА ОДЕЉЕЊЕ I<sub>5</sub> ЗА ПЕРИОД 23.3 - 27.3

Напомена 1: Приликом слања поруке ОБАВЕЗНО  
КАО НАСЛОВ ПОРУКЕ НАПИСАТИ „Други домати  
задатак“, и ТАКО ЗА ~~СВАКИ~~ НАРЕДНИ и НА  
ПАПИРУ НАПИСАТИ СВОЈЕ ИМЕ и ОДЕЉЕЊЕ

Напомена 2!: У ЛЕКЦИЈИ ГЛЕДАТИ САМО  
ПРИМЕРЕ 1), 2) и 4)

Домаћи: (РАДИТИ НАКОН ПОГЛЕДАЊЕ ЛЕКЦИЈЕ)

[1.] РЕШИТИ НЕЈЕДНАЧИНЕ:

$$a) -7x - 1 \geq 0 \quad \delta) (x-1)^2 + 7 > (x+4)^2$$

[2.] РЕШИТИ НЕЈЕДНАЧИНЕ:

$$a) (x-1) \cdot (x+3) > 0 \quad \delta) (x+1) \cdot (x-2) < 0$$

## LINEARNE NEJEDNAČINE

Linearne nejednačine rešavamo slično kao i jednačine (vidi linearne jednačine) koristeći ekvivalentne transformacije. **Važno je reći da se smer nejednakosti menja kada celu nejednačinu množimo (ili delimo) negativnim brojem.**

Primer:

$$2x < 10$$

$$x < \frac{10}{2}$$

$$x < 5$$

$$-2x < 10$$

**Pazi:** delimo sa (-2), moramo okrenuti smer nejednakosti

$$x > \frac{10}{-2}$$

$$x > -5$$

Naravno i ovde se može deliti da nejednačina ima rešenja, nema rešenja ili ih pak ima beskonačno mnogo (u zavisnosti u kom skupu brojeva posmatramo datu nejednačinu)

**1) Reši nejednačinu:**  $3(x-2) + 9x < 2(x+3) + 8$

$$3(x-2) + 9x < 2(x+3) + 8 \quad \rightarrow \text{oslobodimo se zagrada}$$

$$3x - 6 + 9x < 2x + 6 + 8 \quad \rightarrow \text{nepoznate na jednu, poznate na drugu stranu}$$

$$3x + 9x - 2x < 6 + 8 + 6$$

$$10x < 20$$

$$x < \frac{20}{10}$$

$$\boxed{x < 2}$$

Uvek je "problem" kako zapisati skup rešenja?

Možemo zapisati  $\{x \in \mathbb{R} \mid x < 2\}$  a ako je potrebno to predstaviti i na brojevnoj pravoj:



**Pazi:**

Kad  $+\infty$  i  $-\infty$  uvek idu male zagrade  $()$

Kod znakova  $<$  i  $>$  male zagrade i prazan kružić

Kod  $\leq$ ,  $\geq$  idu srednje zagrade  $[\ ]$  i pun kružić

Male zagrade nam govore da ti brojevi nisu u skupu rešenja, dok  $[\ ]$  govore da su i ti brojevi u rešenju.

2) Reši nejednačinu:  $\frac{2a+1}{3} - \frac{3a-2}{2} \geq -1$

$$\frac{2a+1}{3} - \frac{3a-2}{2} \geq -1 \quad \rightarrow \text{celu nejednačinu pomnožimo sa 6 (NZS za 3 i 2)}$$

$$2(2a+1) - 3(3a-2) \geq -6$$

$$4a+2-9a+6 \geq -6$$

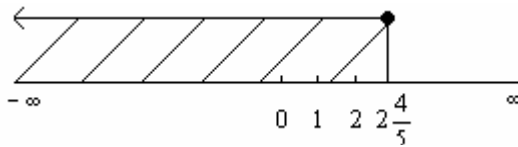
$$4a-9a \geq -6-2-6$$

$$-5a \geq -14$$

$\rightarrow$  pazi: delimo sa (-5) pa se znak okreće

$$a \leq \frac{-14}{-5}$$

$$a \leq +2\frac{4}{5}$$



U skupu  $\mathbb{R}$  su rešenja  $a \in \left(-\infty, 2\frac{4}{5}\right]$

**PAZI:** Da nam npr. traže rešenja u skupu  $\mathbb{N}$  (prirodni brojevi), onda bi to bili samo  $\{1,2\}$

3) Reši nejednačinu:  $2x+a > ax-3$

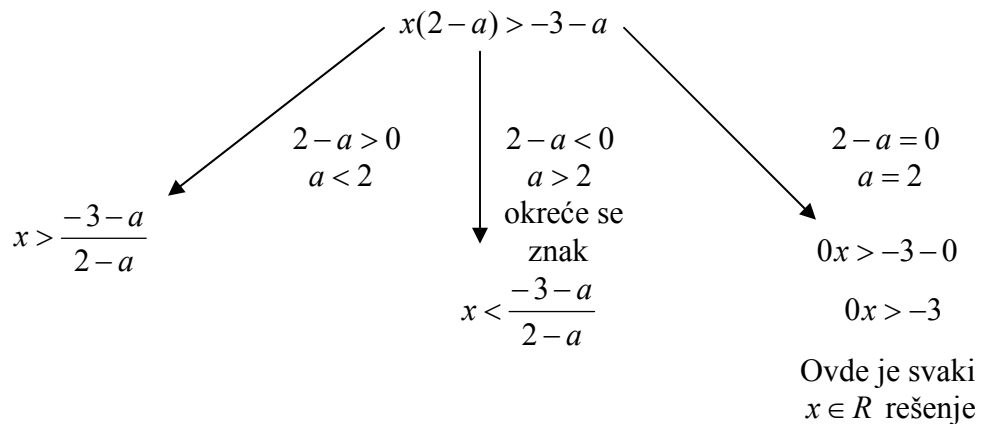
$$2x+a > ax-3 \quad \rightarrow \text{nepoznate na jednu, poznate na drugu stranu}$$

$$2x-ax > -3-a$$

$$x(2-a) > -3-a$$

Kako sad?

Da li je izraz  $2-a$  pozitivan ili negativan, ili možda nula? Moramo ispitati sve 3 situacije!



Rešenje bi zapisali:

$$\text{Za } a < 2 \Rightarrow x \in \left( \frac{-3-a}{2-a}, \infty \right)$$

$$\text{Za } a = 2 \Rightarrow x \in \mathbb{R}$$

$$\text{Za } a > 2 \Rightarrow x \in \left( -\infty, \frac{-3-a}{2-a} \right)$$

#### 4) Rešiti nejednačine:

a)  $(x-1) \cdot (x-4) > 0$

b)  $(x+3) \cdot (x-5) \leq 0$

*Kod ovog tipa nejednačina koristićemo da je:*

$$A \cdot B > 0 \Leftrightarrow (A > 0, B > 0) \vee (A < 0, B < 0)$$

$$A \cdot B < 0 \Leftrightarrow (A > 0, B < 0) \vee (A < 0, B > 0)$$

Naravno iste "šablone" koristimo i za znakove  $\geq$  i  $\leq$  a i za  $\frac{A}{B} > 0$  i  $\frac{A}{B} < 0$

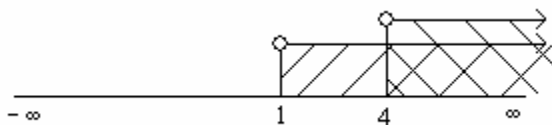
**gde još vodimo računa da je  $B \neq 0$ .**

a)  $(x-1)(x-4) > 0$

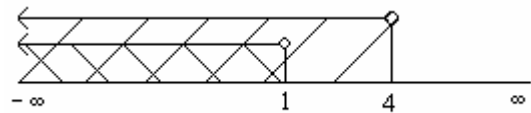
$$(x-1 > 0, x-4 > 0) \vee (x-1 < 0, x-4 < 0)$$

$$(x > 1, x > 4) \vee (x < 1, x < 4)$$

Sada rešenja "spakujemo" na brojevnoj pravoj!!!



$$x \in (4, \infty)$$



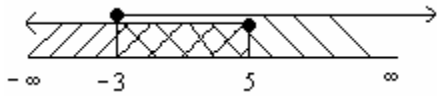
$$x \in (-\infty, 1)$$

Rešenje je  $x \in (-\infty, 1) \cup (4, \infty)$

b)  $(x+3) \cdot (x-5) \leq 0$

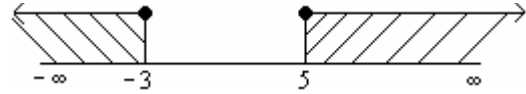
$(x+3 \geq 0, x-5 \leq 0) \quad \vee \quad (x+3 \leq 0, x-5 \geq 0)$

$(x \geq -3, x \leq 5) \quad \vee \quad (x \leq -3, x \geq 5)$



$x \in [-3, 5]$

Dakle, konačno rešenje je  $x \in [-3, 5]$



$\emptyset$  prazan skup

5) Reši nejednačinu  $\frac{6-x}{3-x} < -2$

$\frac{6-x}{3-x} < -2$

$\frac{6-x}{3-x} + 2 < 0$

$\frac{6-x+2(3-x)}{3-x} < 0$

$\frac{6-x+6-2x}{3-x} < 0$

$\frac{12-3x}{3-x} < 0 \rightarrow$  sad može "šablon"

**PAZI:** Da bi koristili "šablon" na desnoj strani mora da je nula, pa ćemo zato -2 prebaciti na levu stranu!!!

$(12-3x > 0 \wedge 3-x < 0)$

$(-3x > -12 \wedge -x < -3)$

$(x < 4, x > 3)$

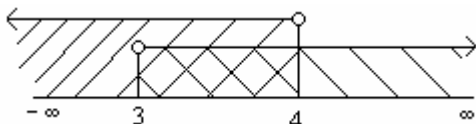
ili

$(12-3x < 0 \wedge 3-x > 0)$

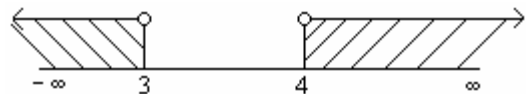
$(-3x < -12 \wedge -x > -3)$

ili

$(x > 4, x < 3)$



$x \in (3, 4) \rightarrow$  konačno rešenje



prazan skup

6) Rešiti nejednačinu: (po  $n$ )

$-3 < \frac{n-1}{n+1} < 5$

Rešenje:

Ovde moramo rešiti 2 nejednačine, pa ćemo “upakovati” njihova rešenja.

**Prva nejednačina:**

$$-3 < \frac{n-1}{n+1} \quad \text{To jest:} \quad 0 < \frac{n-1}{n+1} + 3$$

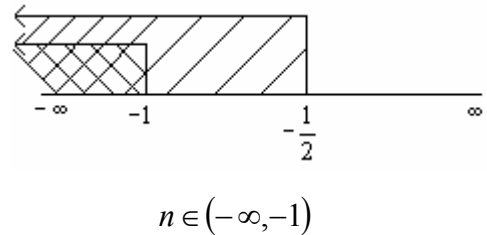
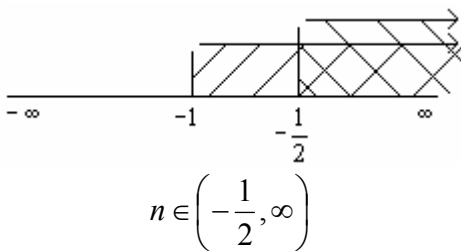
$$0 < \frac{n-1+3n+3}{n+1}$$

$$0 < \frac{4n+2}{n+1}$$

Dakle:  $\frac{4n+2}{n+1} > 0$

$$(4n+2 > 0 \wedge n+1 > 0) \quad \vee \quad (4n+2 < 0 \wedge n+1 < 0)$$

$$\left(n > -\frac{1}{2} \wedge n > -1\right) \quad \vee \quad \left(n < -\frac{1}{2} \wedge n < -1\right)$$



**Za I deo rešenje je**  $n \in (-\infty, -1) \cup \left(-\frac{1}{2}, \infty\right)$

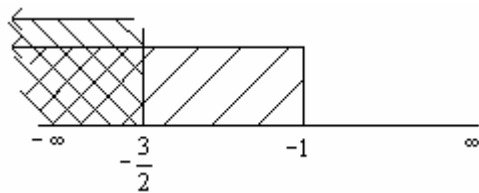
**Druga nejednačina:**

$$\frac{n-1}{n+1} < 5 \quad \Rightarrow \quad \frac{n-1}{n+1} - 5 < 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{n-1-5n-5}{n+1} < 0$$

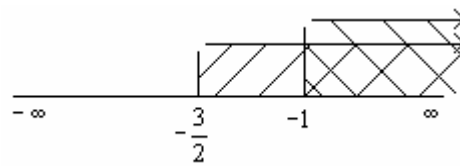
Dakle:  $\frac{-4n-6}{n+1} < 0$

$$(-4n-6 > 0 \wedge n+1 < 0) \quad \vee \quad (-4n-6 < 0 \wedge n+1 > 0)$$

$$\left(n < -\frac{3}{2} \wedge n < -1\right) \quad \vee \quad \left(n > -\frac{3}{2} \wedge n > -1\right)$$



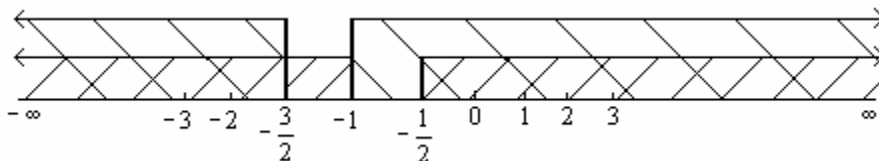
$$n \in \left(-\infty, -\frac{3}{2}\right)$$



$$n \in (-1, \infty)$$

**Za II deo rešenje je**  $n \in \left(-\infty, -\frac{3}{2}\right) \cup (-1, \infty)$

“Upakujmo” sada I i II rešenje da bi dobili konačno rešenje ove dvojne nejednačine:



Rešenje prve nejednačine smo šrafirali udesno, a druge ulevo ... Na taj način vidimo gde se seku, odnosno gde je konačno rešenje...

Dakle, konačno rešenje je:

$$n \in \left(-\infty, -\frac{3}{2}\right) \cup \left(-\frac{1}{2}, \infty\right)$$

**NAPOMENA:**

Umesto šablona ovde smo mogli koristiti i “ tablično” rešavanje koje je detaljno objašnjeno u delu kvadratne nejednačine.